# 直角折れ曲がりのある応力経路における塑性変形挙動

## 1. 緒言

塑性変形挙動は降伏関数,加工硬化則,塑性流動則の3つ で記述される.そして,塑性流動則には,関連流動則がほと んど使用される.関連流動則では,降伏曲面が滑らかであり, 降伏曲面の垂線方向に塑性ひずみ増分が発生すると仮定し ている.一方,結晶塑性論に基づけば,結晶は複数のすべり 系を持ち,それぞれ異なった降伏平面を持つ.複数のすべり 系が活動すると,降伏平面が重なる点が生じる.よって降伏 面には尖り点がある.したがって降伏曲面の垂線方向が唯一 に定まらず,塑性ひずみ増分は応力増分の方向にも依存する. つまり,関連流動則では塑性変形挙動が適切に表現できない.

Kuroda と Tvergaard<sup>(1)</sup>は,様々な応力経路急変を受ける多結晶体の塑性変形挙動を解析し,塑性ひずみ増分の方向が唯一に定まらず,応力増分の方向に依存することを示した.また,Kuwabara ら<sup>(2)</sup>は,Kuroda と Tvergaard の解析と同様の負荷条件で,板材に二軸引張を負荷する試験を行い,塑性ひずみ増分の応力増分方向依存性を確認した.しかし,引張ーねじりにおける応力経路急変試験は行っていない.

そこで本研究では、引張-ねじりにおける応力経路急変試 験を行い、応力急変直後の塑性変形挙動を測定する.また関 連流動則を用いて、同様の応力経路に対する塑性変形挙動を 解析する.これらの実験値と解析値を比較することで、塑性 ひずみ増分の応力増分方向依存性を確認する.

#### 2. 実験および解析の方法

本研究では、軸カー内圧ーねじり型多軸応力試験機を使用 する. 試験片は外径 19 [mm],公称肉厚 0.75 [mm],長さ 140 [mm] の A3003-O 円管である.これらを使用して単軸引張試 験、単純せん断試験、比例負荷試験、応力経路急変試験を行 う. Fig. 1 に各試験での応力経路を示す.比例負荷試験は軸 方向の引張応力 $\sigma_{11}$ とせん断応力 $\sigma_{12}$ の比を $\sigma_{12}/\sigma_{11} = 0.1$ で 一定に保持する試験である.そして、応力経路急変試験は $\sigma_{11}$ を負荷し、 $\sigma_{c}$ に到達後、 $\sigma_{11}$ を停止させ、 $\sigma_{12}$ を負荷する試 験である.ここで、 $\sigma_{c}$ は応力急変時の引張応力である.本 研究では、 $\sigma_{c} = 65, 80, 100 [MPa]$ とした.

Fig. 1 に示す応力経路に対する塑性変形挙動を解析する. 硬化則として式(1)に示す Voce の式,降伏関数として式(2)に 示す Barlat and Lian の異方性降伏関数,塑性流動則として式 (3)に示す関連流動則を用いる.ここで, $\overline{\sigma}$ は相当応力, $\overline{\epsilon}^{p}$ は相当塑性ひずみ, $\sigma_{22}$ は円周方向応力である.

$$\overline{\sigma} = Y_{\infty} - \left(Y_{\infty} - Y_{0}\right) \exp\left(-C\,\overline{\varepsilon}^{\,\mathrm{p}}\right) \tag{1}$$

$$\overline{\sigma} = \left[\frac{1}{2} \left\{ a \left| K_1 + K_2 \right|^M + a \left| K_1 - K_2 \right|^M + c \left| 2 K_2 \right|^M \right\} \right]^{1/M}$$
(2-a)

$$K_1 = \frac{\sigma_{11} + h \,\sigma_{22}}{2} \tag{2-b}$$

$$K_{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11} - h\sigma_{22}}{2}\right)^{2} + p^{2}\sigma_{12}^{2}}$$
(2-c)

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = \frac{\partial\sigma}{\partial\sigma_{ij}} d\lambda \tag{3}$$

ここで,  $Y_{\infty}$ , $Y_0$ ,Cは材料パラメータである. a, c, h, pは異 方性パラメータであり, Mは材料パラメータである. ただ 菅野 翔伍 指導教員 吉田健吾 准教授

し, *h*=1, *M*=8と事前に決定している. dλ は塑性係数である.

単軸引張試験結果より、 $Y_{\infty}$ , $Y_0$ ,Cおよび異方性パラメータ a, cを同定する.単純せん断試験結果より、異方性パラメー p pを同定する.

#### 3. 実験結果

**Fig. 2**に単軸引張試験と単純せん断試験より得られた応力 ーひずみ関係を示す.単軸引張試験結果より,材料パラメー タを $Y_{s}$ =107.6[MPa],  $Y_{0}$ =35.3[MPa], C=103.2 と同定し, 異方性パラメータをa=1.26,c=0.74 と同定した.また,単 純せん断試験結果より,異方性パラメータをp=0.97 と同定 した.次に,同一の応力値に対するひずみの差を求めた.Fig. 2より,実験値と解析値の差は、単軸引張試験で最大7[%], 単純せん断試験で最大14[%]である.この差は今回用いた構 成式の再現精度を示す.

 $\sigma_{12}/\sigma_{11} = 0.1$ の比例負荷試験における塑性ひずみ増分の 発生方向を求める. Fig. 3 に示すように塑性ひずみ増分 d  $\varepsilon^{p}$ を軸方向成分 d $\varepsilon^{p}_{11}$  とせん断方向成分 d $\varepsilon^{p}_{12}$ に分解し, 塑性ひず み増分の発生方向  $\theta \ge \theta = \arctan(d\varepsilon^{p}_{12}/d\varepsilon^{p}_{11})$ とする.比例負荷 試験結果より,  $\theta$ は 8~9 [°]であった. 一方,  $\sigma_{12}/\sigma_{11} = 0.1$ に おける解析値の  $\theta$  は 8.5 [°]であり,実験値と一致した.

応力経路急変試験においても同様の方法で、応力急変後の 塑性ひずみ増分の発生方向 $\theta$ を求めた. Fig. 4 に応力経路急 変試験での応力比と角度 $\theta$ の関係を示す. 同図には関連流動 則を用いた解析における $\theta$ ,ならびに比例負荷試験において、





 $\sigma_{11} = 65, 80, 100$  [MPa] における $\theta$ も示す. このとき, 関連 流動則では降伏曲面の垂線方向に塑性ひずみ増分が発生す るため、 $\theta$ は応力状態にのみ依存する.したがって、 $\theta$ は応 力経路に依存しない. Fig. 4 より、応力経路急変後の $\theta$ は、 図示した $\sigma_{12}/\sigma_{11}=0\sim0.2$ の全ての範囲で解析値よりも大き い. そして $\sigma_{12}/\sigma_{11}$ が増加するにつれてその差は拡大してい る.  $\sigma_{_{12}}/\sigma_{_{11}}=0.1$ のとき,応力経路急変試験での $\theta$ は11~13 [°]である.一方,前述したように比例負荷試験における θ は 関連流動則を用いた解析における θ と一致している.また, Fig. 3 に示すように、 $\sigma_{12}/\sigma_{11}=0.1$ のとき、応力経路急変試 験と比例負荷試験は交わる.つまり,応力状態は同じとなる. しかし,応力状態が同じであっても,塑性ひずみ増分の発生 方向θは異なっている.したがって,塑性ひずみ増分の発生 方向θは、応力状態だけでなく応力増分方向にも依存する. また,応力経路急変試験では,塑性ひずみ増分のせん断方向 成分 dɛ¦ が解析値よりも大きいといえる.

次に、応力経路急変後のせん断応力—せん断ひずみ関係を 求めた.  $\varepsilon_{12} = 0.002$ になるまでの結果を **Fig. 5**に示す. Fig. 5 より、実験値は解析値を下回っている. つまり、同一の応力 値に対する  $\varepsilon_{12}$  は実験値のほうが大きい. したがって、  $\sigma_{12}/\sigma_{11} = 0.1$ となる  $\sigma_{12}$ のとき、 $\varepsilon_{12}$ の差は $\sigma_{c} = 60$  [MPa]の とき 20 [%]、 $\sigma_{c} = 80$  [MPa]のとき 49 [%]、 $\sigma_{c} = 100$  [MPa] のとき 8 [%]である.  $\sigma_{c} = 65, 80$  [MPa]においては、構成式 の再現精度(14 [%])以上の差がある. したがって、同じ応 力状態に達した時、実験値の $\varepsilon_{12}$ が解析値の $\varepsilon_{12}$ よりも大きい ことが確認できた.

#### 4. 考察

すべての応力経路急変試験において、 $\theta$ は解析値における  $\theta$ よりも大きかった.このとき、応力経路急変試験における せん断応力ーせん断ひずみ関係は、解析値を下回る結果とな るはずである.Fig.5より、 $\sigma_c = 65,80$  [MPa]の応力経路急 変試験については、実験値が解析値を下回ることを確認して いる.しかし、 $\sigma_c = 100$  [MPa]の応力経路急変実験について は、実験値と解析値がほぼ一致している.これは、硬化則に Voce の式を使用した際の近似精度に起因する.Voce の式は 応力が飽和応力  $Y_a$  に漸近する式である.Fig.2の単軸引張試 験より、 $\sigma_{11} = 100$  [MPa]付近では、Voce の式による近似値 は、実験値を下回っている.よって、 $\sigma_c = 100$  [MPa]の解析 値は、 $\sigma_{12}$ を過小に見積もっていると考えられる.したがっ て、塑性ひずみ増分の発生する方向 $\theta$ の増加により実験にお ける塑性流動応力が低下したにもかかわらず、Voce の式によ る解析値は実験値に一致した.

#### 5. 結言

アルミニウム合金 A3003 押出し円管を用いて,単軸引張試験,単純せん断試験,比例負荷試験,応力経路急変試験を行い,塑性ひずみ増分の発生方向を調べた結果,以下の知見を得た.

- 比例負荷試験において、塑性ひずみ増分の発生方向は、 Barlat and Lian の異方性降伏関数を使用した関連流動則 による解析値と一致する.
- 2. 応力急変試験において, 塑性ひずみ増分の発生方向は, せん断応力増分方向に傾くため, 関連流動則における塑 性ひずみ増分の発生方向と一致しない.
- 3. 塑性ひずみ増分の発生方向は、応力状態だけでなく応力 増分方向にも依存する.

### 参考文献

1) Kuroda M., and Tvergaard V.: Acta materialia., 47 (1999),

3879-3890.

2) Kuwabara T., Kuroda M., Tvergaard V. and Nomura K.: Acta materialia, **48**(2000), 2071-2079.



