

# 軸力-内圧-ねじりの組合せ負荷を受ける A3003 円管の塑性変形挙動

## Plastic deformation behavior of A3003 tube subjected to axial force, internal pressure and torsion

**Abstract** A tension-internal pressure-torsion testing machine for metal tubes has been developed. This testing machine is capable of applying arbitrary triaxial linear stress paths consisting of axial stress  $\sigma_{11}$ , circumferential stress  $\sigma_{22}$ , and shear stress  $\sigma_{12}$  to a tubular specimen using an electrical, closed-loop control system. Biaxial linear stress paths combined with  $\sigma_{11}$  and  $\sigma_{22}$ , these combined with  $\sigma_{11}$  and  $\sigma_{12}$ , and triaxial linear stress paths constructed of  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  and  $\sigma_{12}$  were applied to A3000-O thin-walled tubular specimens. Calculating accumulated plastic work per unit volume, contours of plastic work were constructed in stress space. At initial yield, work contours in  $\sigma_{11}-\sigma_{22}$  space were in good agreement with Hosford's yield surface, and those in  $\sigma_{11}-\sigma_{12}$  space were located on the outside of von Mises's yield surface. The work contours drifted towards the origin of the stress space with increasing the plastic deformation. Namely, the specimen exhibits anisotropic hardening behavior. The magnitude of the anisotropic hardening behavior was found to be larger in  $\sigma_{11}-\sigma_{22}$  space than that observed in  $\sigma_{11}-\sigma_{12}$  space. Thus, the magnitude of anisotropic hardening was found to depend on the stress ratio applied to the specimen. Numerical analysis based on crystal plasticity model which accounts for texture development was conducted, and isotropic hardening behavior was predicted. Since the specimens undergo only a few percent of strains, the development of texture is too small to induce anisotropic hardening behavior. Therefore, the anisotropic hardening behavior obtained in the present investigation is not induced by the development of texture. Contrary to the change in the contour of plastic work, the direction of the incremental plastic strain vectors were found to be almost constant under linear stress paths except for that the stress ratio of  $\sigma_{11}:\sigma_{12}=1:1$ , for which the variation in angle of the incremental plastic strain vector was  $18^\circ$ .

**Keywords:** material testing, aluminum alloy, contours of plastic work, yield criterion, crystal plasticity

### 1. 緒言

多結晶金属の塑性変形挙動のモデリング手法として、塑性加工の分野では現象論的構成式が最も一般的である。近年は、結晶塑性モデルを利用して、結晶方位および結晶構造の影響を直接的に解析に取り組み試みもなされている。このような状況の中、塑性構成則の開発および利用においては、その妥当性を精緻な実験によって検証する必要がある。特に、実際に材料が塑性加工中に受けるような多軸応力状態における材料試験の実施が肝要である。古くは薄肉円管に軸力、ねじり、内圧を負荷する多軸応力試験が多用されていた<sup>1), 2), 3)</sup>が、最近はそのような試験機を利用した研究は少ない。一方、板材に2軸引張りを負荷する試験方法<sup>4)</sup>、または板材に引張りとせん断を負荷する方法<sup>5)</sup>など板材を用いた試験方法の適用が進んでいる。しかしながら、円管の多軸応力試験では、軸・円周方向応力、せん断応力の3つの応力成分を独立に負荷することができ、多様な応力状態を作り出すことができるため、構成則を検証するための材料試験として適した方法と言える。

本研究では、武田ら<sup>6)</sup>が開発した手動操作による油圧駆動型の軸力-内圧-ねじり型の多軸応力試験機を改良して、負荷経路を自動制御できる試験装置を開発する。そして、アルミニウム合金管を用いて、軸方向応力-円周方向応力、軸方向応力-せん断応力の2種類の2軸応力状態および軸方向応力-円周方向応力-せん断応力の3軸応力状態での塑性変形挙動を測定する。

### 2. 実験方法

#### 2.1 供試材

供試材は、外径 19 mm、公称肉厚 0.75 mm の A3003-O 円管材である。円管試験片のチャック間距離は 140 mm とした。また、結晶方位を測定したところ、集合組織に強い異方性は無く等方性に近いことが確認された。

#### 2.2 軸力 - 内圧 - ねじり型多軸応力試験機

本研究で用いた多軸応力試験機 (Fig. 1) は武田らによって開発されたものである<sup>6)</sup>。本試験機は油圧駆動であり、薄肉円管試験片に軸力 (引張, 圧縮), 内圧およびトルクを同時に負荷することができる。負荷容量は、軸力 49kN, トルク 490Nm, 内圧 50MPa である。軸力  $F$  およびトルク  $T$  はロードセルにより、内圧  $P$  は圧力計により測定される。円管試験片には軸方向応力  $\sigma_{11}$ , 円周方向応力  $\sigma_{22}$ , せん断応力  $\sigma_{12}$  の3軸応力成分を作用させることが可能である。円管中央部の微小要素に関する力のつり合いおよびトルクのつり合いより、各応力成分は次式で同定される。

$$\sigma_{11} = \frac{F + \pi(D_1/2)^2 P}{\pi D_M t}, \quad \sigma_{22} = \frac{D_1 P}{2t}, \quad \sigma_{12} = \frac{2T}{\pi t D_M^2} \quad (1)$$

ここで、 $D_1$ ,  $D_M$ ,  $t$  は変形中の円管の内径, 肉厚中央の直径, 肉厚である。本研究では数%程度の微小ひずみの範囲を対象としているため軸方向の曲率半径は無量大と仮定した。

3軸ロゼットゲージを貼付して、円管外表面における軸方向  $\varepsilon_{11}^S$ , 円周方向  $\varepsilon_{22}^S$ , 管軸から  $45^\circ$  傾いた方向  $\varepsilon_{45}^S$  の対数ひずみを測定し、それらを基に、肉厚中央における軸方向  $\varepsilon_{11}^M$ , 円周方向  $\varepsilon_{22}^M$  の対数ひずみおよびせん断ひずみ  $\varepsilon_{12}^M$  を算定した。

$$\varepsilon_{11}^M = \varepsilon_{11}^S, \quad \varepsilon_{22}^M = \varepsilon_{22}^S + \ln \frac{1-t/D}{1-t_0/D_0}, \quad \varepsilon_{12}^M = \varepsilon_{12}^S \left(1 - \frac{t}{D}\right) \quad (2)$$

また、 $\varepsilon_{12}^S (= -(\varepsilon_{11}^S + \varepsilon_{22}^S)/2 + \varepsilon_{45}^S)$  は外表面のせん断ひずみで、 $t_0, D_0$  はそれぞれ変形前の肉厚, 外径である。体積一定を仮定して、次式で肉厚を導出した。

$$t = t_0 \exp(-\varepsilon_{11}^M - \varepsilon_{22}^M) \quad (3)$$

本試験機は、元々、作動油の油圧および流量を手動操作によって制御していた<sup>6)</sup>。より簡便で正確に多軸試験を行うために、本研究では、電磁バルブを用いた閉ループ回路を構築し、真応力経路を PC により制御可能にした。そして、3つの応力成分の比 ( $\sigma_{11}:\sigma_{22}:\sigma_{12}$ ) を一定に保持するような線形応力経路を試験片に負荷する。

### 3. 実験結果

#### 3.1 応力制御結果

本試験機の応力制御機能を確認するために、 $\sigma_{11}-\sigma_{22}$  および  $\sigma_{11}-\sigma_{12}$  の組合せによる線形2軸応力経路を負荷する。応力比は、 $\sigma_{11}:\sigma_{22} = 1:0, 4:1, 2:1, 4:3, 1:1, 3:4, 1:2, 1:4, 0:1$  の9通り、 $\sigma_{11}:\sigma_{12} = 2:1, 1:1, 1:2, 1:4, 0:1$  の5通りの合計14通りとした。応力速度

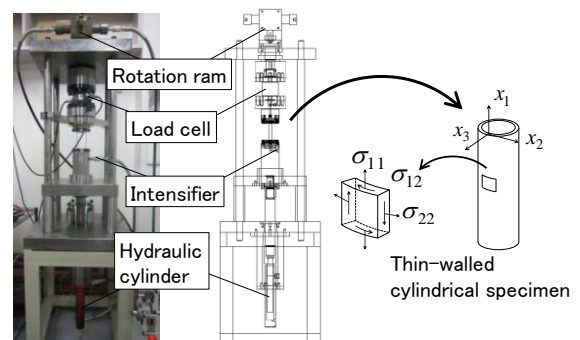


Fig. 1 Multi-axial testing machine and true stresses acting in a specimen.

は von Mises の相当応力速度が 0.3 MPa/s で一定となるように決定し、試験は  $\varepsilon_{11}^p$ ,  $\varepsilon_{22}^p$ ,  $\varepsilon_{45}^p$  のいずれかが 0.03 に達した時点で終了した。

$\sigma_{11}-\sigma_{22}$  の組合せにおける真応力制御試験より得られた真応力経路を Fig. 2 (a) に、 $\sigma_{11}-\sigma_{12}$  の組合せにおける真応力制御試験より得られた真応力経路を Fig. 2(b) に示す。全ての応力比において、応力経路は指定した応力比の直線となっており、正常に応力制御試験が実施できることを確認した。

### 3.2 2軸応力試験における等塑性仕事面

軸方向単軸引張試験において、管軸方向塑性ひずみが任意の値  $\varepsilon_0^p$  に達した瞬間の単位体積当たりの累積塑性仕事を  $W^p$  とし、種々の応力比の線形応力経路において、 $W^p$  と等量の塑性仕事を消費した瞬間の応力値  $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$ ,  $(\sigma_{11}, \sigma_{12})$  を応力空間に図示して等塑性仕事点を作成した。試験は、軸方向単軸引張試験で 4 回、その他の応力比で 2 回行った。

$\sigma_{11}-\sigma_{22}$  の 2 軸応力試験での測定結果を Fig. 3(a) に、 $\sigma_{11}-\sigma_{12}$  の 2 軸応力試験での測定結果を Fig. 3(b) に示す。それぞれ、各  $\varepsilon_0^p$  における管軸方向単軸引張の塑性流動応力  $\sigma_0$  で当該の  $\varepsilon_0^p$  の等塑性仕事点を無次元化して示している。応力経路毎の測定値を平均化した後、無次元化した。もし、材料が等方硬化挙動を示す場合、無次元化された等塑性仕事点は一点に重なる。また、参考までに、等方硬化を仮定した von Mises, Hosford の降伏曲面および結晶塑性解析により求めた等塑性仕事点の計算値を示す。Hosford の降伏条件式は次式で与えられる。

$$f = \left[ \left\{ (\sigma_1 - \sigma_2)^m + (\sigma_2 - \sigma_3)^m + (\sigma_1 - \sigma_3)^m \right\} / 2 \right]^{1/m} - Y = 0 \quad (4)$$

ここで、 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 (\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3)$  は主応力であり、 $Y$  は単軸引張における降伏応力である。 $m$  は、 $1 \leq m \leq \infty$  であり、fcc 金属と良い一致を示す  $m = 8$  とした。結晶塑性解析は測定した結晶方位を用いて行った。その計算結果は、ほぼ等方硬化を示したため、 $\varepsilon_0^p = 0.02$  に対する結果のみ図示している。

$\sigma_{11}-\sigma_{22}$  の 2 軸応力試験で測定された等塑性仕事点に関して、 $\varepsilon_0^p = 0.001$ ,  $\varepsilon_0^p = 0.002$  では Hosford の降伏曲面、結晶塑性解析の計算値とよく一致する。しかしながら、その後の  $\varepsilon_0^p$  では、塑性変形に伴う加工硬化量が単軸引張のそれに比べ小さいため、単軸引張以外の応力比では Hosford の降伏曲面の内側に位置している。特に、 $\sigma_{22} > \sigma_{11}$  となる応力比における加工硬化量が、 $\sigma_{11} > \sigma_{22}$  となる応力比におけるそれより小さい。すなわち、この試験において、本供試材は等方硬化挙動を示さず、異方硬化挙動を呈した。

$\sigma_{11}-\sigma_{12}$  の 2 軸応力試験で測定された等塑性仕事点に関して、 $\varepsilon_0^p = 0.001$ ,  $\varepsilon_0^p = 0.002$  では von Mises の降伏曲面および結晶塑性解析の計算値よりわずかに外側に位置している。しかし、その後の  $\varepsilon_0^p$  では、塑性変形に伴う加工硬化量が単軸引張のそれに比べ小さいため、単軸引張以外の応力比では、 $\varepsilon_0^p = 0.02$  のときには Mises の降伏曲面、結晶塑性解析の計算値にほぼ一致する。また、 $\sigma_{12} > \sigma_{11}$  となる応力比における加工硬化量が、 $\sigma_{11} > \sigma_{12}$  となる応力比におけるそれより僅かに小さい。しかし、 $\sigma_{11}-\sigma_{22}$  の 2 軸応力試験の結果と比較すると、この試験での応力比による加工硬化量の差異は僅少であり、明瞭な異方硬化挙動は確認されなかった。

### 3.3 塑性ひずみ増分ベクトルの方向

$\sigma_{11}-\sigma_{22}$  の 2 軸応力試験における塑性ひずみ増分ベクトルの方向の実験値を Fig. 4 に示す。応力比は応力経路と  $\sigma_{11}$  軸のなす角度  $\phi_1$  で表わしている。参考として、Fig. 3 で示した各種降伏条件式による計算値（降伏曲面の法線方向）と結晶塑性解析による計算値を示している。結

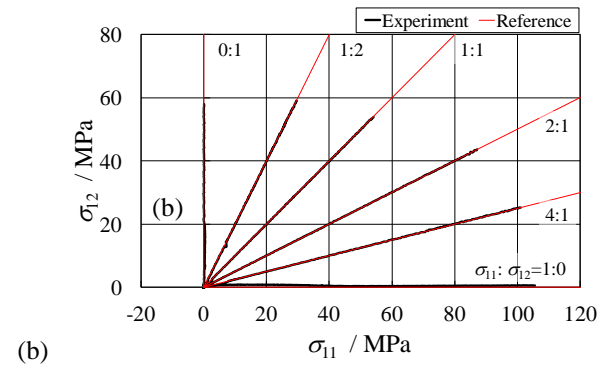
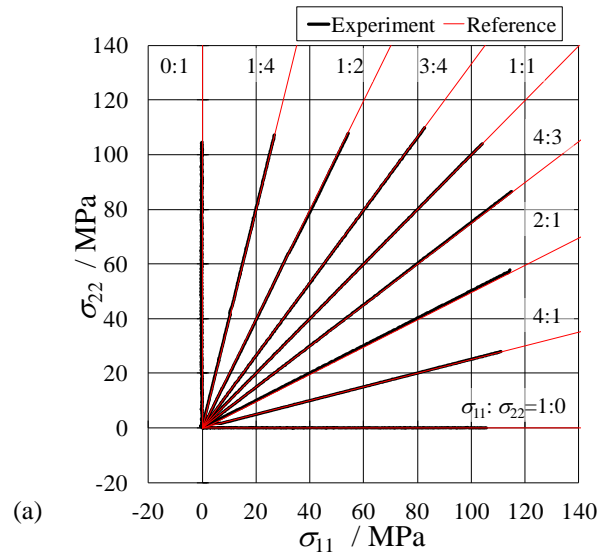


Fig. 2 True stress paths under linear stress path experiments in (a)  $\sigma_{11}-\sigma_{22}$ , (b)  $\sigma_{11}-\sigma_{12}$  space.

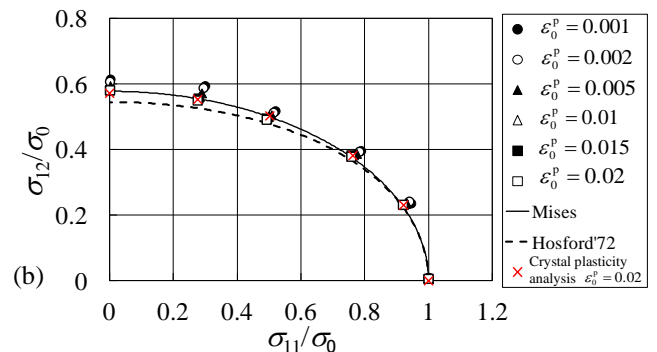
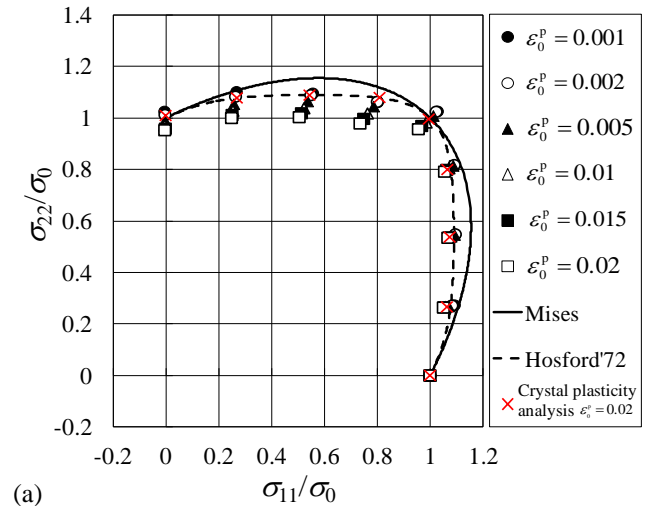


Fig. 3 Stress values representing various levels of constant plastic work in (a)  $\sigma_{11}-\sigma_{22}$ , (b)  $\sigma_{11}-\sigma_{12}$  space.

晶塑性解析の計算値は、塑性変形に伴う塑性ひずみ増分ベクトルの方向の変動が  $2^\circ$  以下であったため、 $\varepsilon_0^p = 0.02$  に対する結果のみ示している。 $\sigma_{11} : \sigma_{22} = 1:1$  ( $\phi_1 = 45^\circ$ ) のとき、塑性ひずみ速度の方向  $\theta_1$  は塑性変形に伴って増加することが分かった。 $\varepsilon_0^p = 0.001 \sim 0.02$  の間で  $18^\circ$  変動した。一方、他の応力比では、塑性ひずみ増分ベクトルの方向の変動は  $5^\circ$  以下となった。

### 3.4 3軸応力状態における等塑性仕事面

塑性変形挙動のさらなる調査のために、 $\sigma_{11} - \sigma_{22} - \sigma_{12}$  の組合せによる線形3軸応力経路を負荷し、等塑性仕事点を測定した。軸方向応力と円周方向応力を  $\sigma_{11} : \sigma_{22} = 1:2$  の一定に保持し、せん断応力  $\sigma_{12}$  の比を変化させて負荷したときの等塑性仕事点を  $\sigma_{22} - \sigma_{12}$  応力空間に図示した結果を Fig. 5 に示す。3.2 節の結果と同様に、それぞれの等塑性仕事点を無次元化して示しており、各種降伏関数、結晶塑性解析による結果も合わせて図示してある。結晶塑性解析による計算値は、ほぼ等方硬化を示したため、 $\varepsilon_0^p = 0.02$  に対する結果のみ図示している。これまでの結果と同様に、塑性変形に伴う加工硬化量が単軸引張のそれに比べ小さいため、全ての応力比において、実験点が内側に移動している。 $\sigma_{22} > \sigma_{11} \geq \sigma_{12}$  となる応力比において、 $\varepsilon_0^p = 0.001, \varepsilon_0^p = 0.002$  では Hosford の降伏曲面、結晶塑性解析の計算値とよく一致し、塑性変形に伴って、内側に位置している。これは  $\sigma_{11} - \sigma_{22}$  の2軸応力試験で得られた異方硬化挙動と同じ傾向である。一方、 $\sigma_{12} \geq \sigma_{22} > \sigma_{11}$  の応力比において、 $\varepsilon_0^p = 0.001, \varepsilon_0^p = 0.002$  では von Mises の降伏曲面および結晶塑性解析の計算値よりわずかに外側に位置しているが  $\varepsilon_0^p = 0.02$  のときには Mises の降伏曲面、結晶塑性解析の計算値にほぼ一致する。これは  $\sigma_{11} - \sigma_{12}$  の2軸応力試験で得られた異方硬化挙動と同じ傾向である。 $\sigma_{11} : \sigma_{22} = 1:1$  または  $2:1$  の一定に保持して、 $\sigma_{12}$  の比を変化させて負荷する3軸応力試験を実施したところ、同様の傾向を示した。

### 4. 結晶塑性解析の今後の課題

本研究で得られた等塑性仕事面は全て、 $\varepsilon_0^p = 0.001$  から  $\varepsilon_0^p = 0.02$  の間で形状が変化し、明瞭な異方硬化挙動を示した (Fig. 3, Fig. 5)。それに対し、結晶塑性解析では、塑性変形による集合組織の発達を考慮しているが、ほぼ等方硬化挙動を示した。したがって、実験で観察された異方硬化挙動は集合組織の発達が原因ではない。塑性流動応力が応力比により異なる原因として、材料の内部状態が応力比により異なるため、加工硬化量も異なることが1つ考えられる。しかし、本研究においては、試験片に2~3%程度の比較的小さいひずみまでの変形しか与えていない。よって、加工硬化挙動が変化するほどの大きな結晶方位の回転はなかったと考えるのが妥当である。その他に、結晶塑性解析で用いたすべり系の臨界分解せん断応力 (CRSS) の発達が実現象と合っていないということが1つ原因として考えられる。今後、CRSSの妥当性の検討が必要である。

### 5. 結言

薄肉円管に軸力-内圧-ねじりを負荷し、真応力経路を自動制御できる多軸応力試験機を開発し、線形2軸応力経路、線形3軸応力経路におけるA3003円管の塑性変形挙動を測定した。そして、以下の知見が得られた。

(1) 本供試材は、無次元化等塑性仕事面の測定結果より、等方硬化を示さず、明らかな異方硬化挙動を呈した。 $\sigma_{11} - \sigma_{22}$  の2軸応力試験での結果 (Fig. 3(a)) では、塑性変形に伴って、等塑性仕事面の形状が収縮し、 $\sigma_{22} > \sigma_{11}$  となる応力比での加工硬化量が  $\sigma_{11} > \sigma_{22}$  となる応力比でのそれより小さく、明瞭な異方硬化挙動が確認された。一方、 $\sigma_{11} - \sigma_{12}$  の2軸応力試験での結果 (Fig. 3(b)) でも塑性変形に伴って、等塑性仕事

面の形状が収縮したが、明瞭な異方硬化挙動は確認されなかった。

- (2) 3軸応力試験では、応力比において最大となる応力成分により、加工硬化挙動が決定されることが分かった。
- (3) 以上の結果より、本供試材では、2軸応力試験でも  $\sigma_{11} - \sigma_{22}$  空間における等塑性仕事面では明瞭な異方硬化挙動を示したのに対して、 $\sigma_{11} - \sigma_{12}$  空間における等塑性仕事面では、異方硬化挙動は僅少であった。よって、材料の変形挙動は、2軸応力試験で  $\sigma_{11} - \sigma_{22}$  空間、 $\sigma_{11} - \sigma_{12}$  空間のどちらか一方で評価するのではなく、 $\sigma_{11} - \sigma_{22} - \sigma_{12}$  の3次元応力空間で評価すべきであり、本試験機が材料試験機としての優位性が示された。
- (4) 塑性ひずみ増分ベクトルの方向は、応力比  $\sigma_{11} : \sigma_{22} = 1:1$  ( $\phi_1 = 45^\circ$ ) のときのみ、約  $18^\circ$  変動し、それ以外では応力比が一定であれば、塑性ひずみ増分ベクトルの方向もほぼ一定に維持された。
- (5) 結晶塑性解析では、本供試材の異方硬化挙動を表現することができなかった。本解析ではすべり系のCRSSの発達が実現象と合っていないことが原因であると考えられる。

### 謝辞

本研究で使用した多軸応力試験機をお譲り頂いた山形大学 武田武信教授に心より感謝申し上げます。増圧機をお譲り頂いた東京農工大学 桑原利彦教授に感謝致します。また、試験片をご提供頂いた住友軽金属工業株式会社にお礼申し上げます。

### 参考文献

- 1) 池上皓三：材料, **24** (1975), 491.
- 2) Michno M, Findley W., Int. J. Non-Linear Mech., **11** (1979), 59.
- 3) Sung S.J. et al.: Int. J. Solids Struct., **48** (2011), 1054.
- 4) Kuwabara T.: Int. J. Plasticity, **23** (2007), 385.
- 5) Mohr D., Oswald M., Exp. Mech. **48** (2008), 65.
- 6) 武田武信ら：材料, **49** (2000), 555.

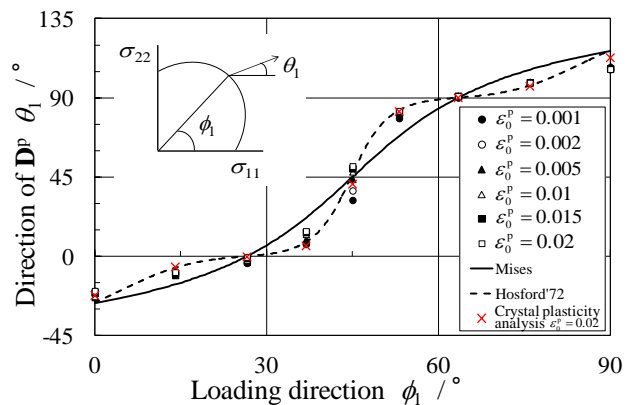


Fig. 4 Direction of plastic strain rate

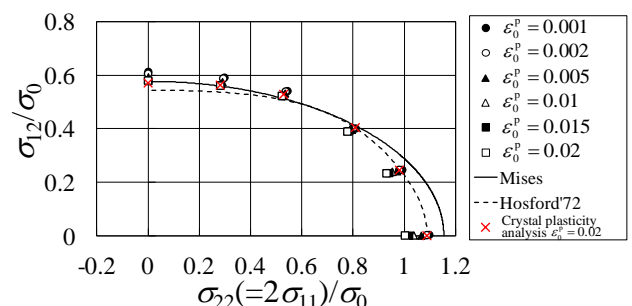


Fig. 5 Stress values representing various levels of constant plastic work in  $\sigma_{11} - \sigma_{22} - \sigma_{12}$  space.